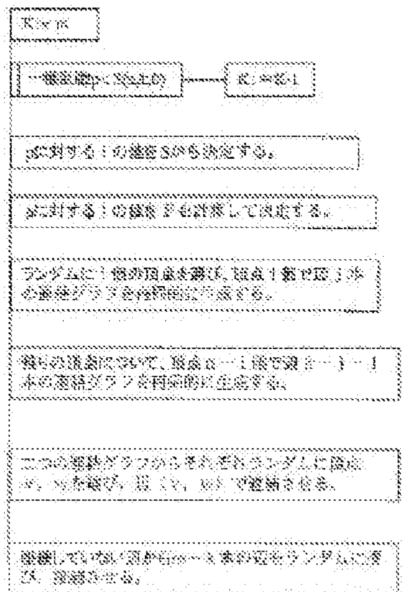
GENERATING METHOD FOR CONNECTING GRAPH AND ITS PROGRAM

Publication number: JP11096134 (A)
Publication date: 1999-04-09
Inventor(s): TAKANO AKIHIKO; FUTAMURA YOSHIHIKO; YANO MASANORI
Applicant(s): HITACHI LTD; FUTAMURA YOSHIHIKO; YANO MASANORI
Classification:
- international: ***G06F19/00; G06F17/00; G06Q50/00;*** **G06F19/00; G06F17/00; G06Q50/00;** (IPC1-7): G06F17/00
- European:
Application number: JP19970259958 19970925
Priority number(s): JP19970259958 19970925

Abstract of **JP 11096134 (A)**

PROBLEM TO BE SOLVED: To calculate the constitution ratio of partial connecting graphs without causing a computer overflow by generating a connecting graph which has a given number of vertexes and a given number of sides uniformly at random by using the constitution ratios to the total number. SOLUTION: The connecting graph which has a vertex number (n) and a side number (m) is generated uniformly at random by using the sum S of constitution ratios F and a uniform random number (p). Here, k:=m and the uniform random number (p) is generated to obtain k:=k-1 when p<s (n, k, 0). A dichotomizing search is used to determine a value (i) corresponding to the uniform random number (p) from S. A value (j) corresponding to the uniform random number (p) is determined by calculating F. Then (i) vertexes are selected at random and a connecting graph having (j) sides is recursively generated with the (i) vertexes. As for the remaining vertexes, a connecting graph having n-i vertexes and k-j-1 sides is recursively generated. Vertexes (v) and (w) of the two connecting graphs are selected at random and connected by a side (v, w) and m-k sides are selected out of the unconnected sides at random and connected.



(19)日本国特許庁（ＪＰ）　(12) **公開特許公報**（Ａ）　(11)特許出願公開番号

特開平11－96134

(43)公開日　平成11年(1999)４月９日

(51)Int.Cl.⁶	識別記号	ＦＩ	
Ｇ０６Ｆ　17/00		Ｇ０６Ｆ　15/20	Ｚ

審査請求　未請求　請求項の数２　ＯＬ　（全 11 頁）

(21)出願番号　特願平9－259958

(22)出願日　平成９年(1997)９月25日

(71)出願人　000005108
株式会社日立製作所
東京都千代田区神田駿河台四丁目６番地

(71)出願人　594177999
二村　良彦
東京都日野市平山２－31－16

(71)出願人　597033409
矢農　正紀
千葉県千葉市美浜区高洲２－２－８－504

(72)発明者　高野　明彦
埼玉県比企郡鳩山町赤沼2520番地　株式会社日立製作所基礎研究所内

(74)代理人　弁理士　高橋　明夫　（外１名）

最終頁に続く

(54)【発明の名称】　連結グラフの生成方法およびそのプログラム

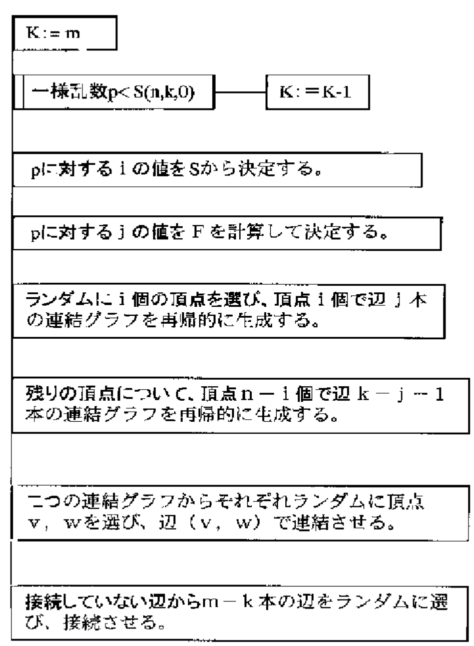
(57)【要約】

【課題】　所望の性質を有するグラフをテストデータとして生成するため必要な、部分連結グラフの構成比を連結グラフの総数を計算することなく求める。

【解決手段】　連結グラフをランダムに生成するためには、連結グラフの総数を計算することで、構成比と呼ばれる部分連結グラフ数の連結グラフ数に対する比を計算する必要があったが、本発明では計算の特殊化を行う。計算の特殊化とは、連結グラフの総数を数える再帰方程式より導かれる部分連結グラフの構成比を求める式に対し、プログラム変換を行うことである。

【効果】　構成比を計算する過程で大きな数の発生を回避できる。

図　3



【特許請求の範囲】

【請求項１】部分構造によって再帰的に定義される連結グラフ構造において、総数Ｗに対する構成比Ｆを用いて、与えられた頂点数ｎおよび辺数ｍを持つ連結グラフを一様ランダムに生成する方法。

【請求項２】与えられた頂点数ｎおよび辺数ｍを持つ連結グラフの一様ランダム生成プログラムにおいて、総数Ｗに対する構成比ＦをＷに依存しない再帰方程式により直接計算する計算プログラム。

【発明の詳細な説明】

【０００１】

【発明の属する技術分野】近年、シミュレーション技術の発達により、実際に物を作らずにコンピュータ上で製品の評価を行う技術が普及してきた。そうした評価を行う上で、ソフトウェアの評価に必要な性質を有するテストデータを一様ランダムに生成することが必要不可欠となる。

【０００２】順列に関しては、発明者らはデータの特性を制御したランダムデータ生成方法を特願平８－２５００３０「特性指標を制御した乱順列生成方法及びそのプログラム」として特許出願し、加えてこのデータの特性を制御したランダムデータ生成プログラムを自動生成する方法を特願平９－５５０２４０「ランダムデータジェネレータ生成方法およびそのプログラム」として特許出願している。

【０００３】本発明は、所望の性質を有するグラフをテストデータとして生成するため必要な、部分連結グラフの構成比を連結グラフの総数を計算することなく直接求める方法およびそのプログラムを提案するものである。

【０００４】

【従来の技術】従来は、連結グラフをランダムに生成するためには、連結グラフの総数を計算することで、構成比と呼ばれる部分連結グラフ数の連結グラフ数に対する比を計算する必要があった。

【０００５】しかしながら、連結グラフの総数は非常に大きな数となり、計算機オーバーフローを起こす原因となる。この計算機オーバーフローを回避するためには、多倍長の計算を行うプログラムを作成して用いる必要があり、所要計算時間と記憶領域を増やす要因となってきた。そのため、頂点数と辺数が大きいランダムグラフをテストデータとして生成することは従来不可能であった。即ち従来は、ソフトウェアの公正な検査をするために必要なランダムグラフではなく、偏りのある特殊なデータを用いて不十分な検査を行なわざるを得なかった。

【０００６】

【発明が解決しようとする課題】本発明は、部分連結グラフの構成比を、計算機オーバーフローを発生させずに計算するものである。このような方法は、連結グラフに関しては過去に例を見ない。

【０００７】

【課題を解決するための手段】上記課題を解決するため、本発明では計算の特殊化を行う。計算の特殊化とは、連結グラフの総数を数える再帰方程式より導かれる部分連結グラフの構成比を求める式に対し、プログラム変換を行うことで、構成比を計算する過程で大きな数が発生することを回避するものである。

【０００８】

【発明の実施の形態】以下本発明の実施例について説明する。

【０００９】図１に、この発明の一実施例によるランダムグラフ生成の全体フローを示す。入力手段１からは、頂点数ｎ、辺数ｍ、出力すべき連結グラフの総数ｋが入力される。生成手段２は、これらを受けて、頂点数ｎかつ辺数ｍのランダムグラフ生成に必要な部分連結グラフの構成比を計算し、頂点数ｎかつ辺数ｍのランダムグラフをｋ個生成して、出力手段３へ渡す。出力手段はこれを受けて、任意の媒体に出力する。

【００１０】図２に、図１のブロックに示す各機能を、ＣＰＵを用いて実現した場合のハードウェア構成の例を示す。バスライン１１には、入力手段１であるキーボード５、ＣＰＵ８、ＲＯＭ９、ＲＡＭ１０、入出力インターフェース７などが接続されている。ＣＰＵ８はＲＯＭ９、ＲＡＭ１０に記憶されたプログラムに従って、各部を制御する。

【００１１】以下、本発明による部分連結グラフの生成方法について詳しく述べる。まず、基本的な実施例として、総数Ｗに対する構成比ＦをＷに依存しない再帰方程式により直接計算する例について述べる。

【００１２】本実施例では、連結グラフの総数を求める再帰方程式に注目する。ここで対象とする連結グラフは、頂点に１，２，．．．．．，ｎのようにラベル付けがなされ、多重辺やループを含まない単純な無向グラフである。頂点ｎ個かつ辺ｍ本の連結グラフの総数をＷ（ｎ，ｍ）とする。このとき、以下の式が成立する。

【００１３】

【数１】

$$W(n,m) = 0 \quad (m < n-1 \text{ or } m > \frac{n(n-1)}{2}) \qquad (数\ 1)$$

【００１４】

【数２】

$$W(1,0) = 1 \qquad (数\ 2)$$

【００１５】

【数３】

$$W(n,n-1) = n^{n-2} \tag{数 3}$$

【００１６】

【数４】

$$W\left(n,\frac{n(n-1)}{2}\right) = 1 \tag{数 4}$$

【００１７】一般のＷ（ｎ，ｍ）を求めるＷｏｒｍａｌｄの再帰方程式（参考文献：Ｗｏｒｍａｌｄ，　Ｎ．Ｃ．　：Ｓｏｍｅ　Ｐｒｏｂｌｅｍｓ　ｉｎ　ｔｈｅ　Ｅｎｕｍｅｒａｔｉｏｎ　ｏｆ　Ｌａｂｅｌｅｄ　Ｇｒａｐｈｓ，　Ｐｈ．Ｄ．ｔｈｅｓｉｓ，　Ｕｎｉｖｅｒｓｉｔｙ　ｏｆ　Ｎｅｗｃａｓｔｌｅ，　１９７８）を以下に示す。

【００１８】

【数５】

$$\begin{aligned} W(n,m) &= \frac{\binom{n}{2}-m+1}{m} W(n,m-1) + \frac{1}{2m}\sum_{i=1}^{n-1}\binom{n}{i} i(n-i) \sum_{j=i-1}^{m-1} W(i,j)W(n-i,m-1-j) \\ &= \frac{\binom{n}{2}-m+1}{m} W(n,m-1) + \frac{1}{2m}\sum_{i=1}^{n-1}\frac{n^{\underline{i+1}}}{(i-1)!}\sum_{j=j_1(n,m,i)}^{j_0(n,m,i)} W(i,j)W(n-i,m-1-j) \end{aligned} \tag{数 5}$$

【００１９】ただし、以下のように定義する。

【００２０】

【数６】

$$n^{\underline{k}} = n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) \tag{数 6}$$

【００２１】

【数７】

$$j_1(n,m,i) = \max\left(i-1, m-1-\frac{(n-i)(n-i-1)}{2}\right) \tag{数 7}$$

【００２２】

【数８】

$$j_0(n,m,i) = \min\left(\frac{i(i-1)}{2}, m-n+i\right) \tag{数 8}$$

【００２３】この再帰方程式に対応する頂点ｉ個、辺ｊ本の部分連結グラフの構成比Ｆ（ｎ，ｍ，ｉ，ｊ）は以下のように定義できる。テストデータとして連結グラフを作成するためには、以下の構成比の値を求める必要がある。

【００２４】

【数９】

$$F(n,m,0,0) = \frac{\binom{n}{2}-m+1}{m}\frac{W(n,m-1)}{W(n,m)} \tag{数 9}$$

【００２５】

【数１０】

$$F(n,m,i,j) = \frac{1}{2m}\frac{n^{\underline{i+1}}}{(i-1)!}\frac{W(i,j)W(n-i,m-1-j)}{W(n,m)} \quad (i>0 \text{ and } j \geq 0) \tag{数 10}$$

【００２６】上述の再帰方程式に対し、

【００２７】

【数１１】

$$W1(n) = W(n,n) \tag{数 11}$$

【００２８】と定義して、Ｗ（ｎ，ｎ）の特殊化を行う。すなわち、Ｗ１（ｎ）に対して変換を施すことで、計算を行う場合の高性能化を図る。特殊化を行った結果を以下に示す。

【００２９】

【数１２】

$$W1(n) = 0 \quad (n < 3) \qquad (数\ 12)$$

【００３０】

【数１３】

$$W1(3) = 1 \qquad (数\ 13)$$

【００３１】その他の場合、

【００３２】

【数１４】

$$\begin{aligned} W1(n) & \\ &= \frac{\binom{n}{2} - n + 1}{n} W(n, n-1) + \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{n^{i+1}}{(i-1)!} \sum_{j=i-1}^{i} W(i, j) W(n-i, n-1-j) \\ &= \frac{(n-1)(n-2)}{2} n^{n-3} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{(n-1)^{i}}{(i-1)!} \left(i^{i-2} W1(n-i) + (n-i)^{n-i-2} W1(i) \right) \\ &= \frac{(n-1)(n-2)}{2} n^{n-3} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} (n-i)^{n-i-2} \left(\frac{(n-i)^{i}}{(i-1)!} + \frac{(n-i)^{n-i}}{(n-i-1)!} \right) W1(i) \end{aligned} \qquad (数\ 14)$$

【００３３】そして、

【００３４】

【数１５】

$$R1(n) = \frac{W1(n)}{n^{n-2}} \qquad (数\ 15)$$

【００３５】のように定義するＲ１に対しても同様の特殊化を行う。その結果を以下に示す。

【００３６】

【数１６】

$$R1(n) = 0 \quad (n < 3) \qquad (数\ 16)$$

【００３７】

【数１７】

$$R1(3) = \frac{1}{3} \qquad (数\ 17)$$

【００３８】その他の場合、

【００３９】

【数１８】

$$R1(n) = \frac{(n-1)(n-2)}{2n} + \sum_{i=3}^{n-1} A1(n, i) R1(i) \qquad (数\ 18)$$

【００４０】ただし、以下のように定義する。

【００４１】

【数１９】

$$\begin{aligned} A1(n, i) &= \frac{i^{i-2}}{2n^{n-2}} (n-i)^{n-i-2} \left(\frac{(n-1)^{i}}{(i-1)!} + \frac{(n-1)^{n-i}}{(n-i-1)!} \right) \\ &= \frac{i^{i-2}}{2n^{n-2}} (n-i)^{n-i-2} \left(\frac{(n-1)^{i} (n-i-1)! + (n-1)^{n-i} (i-1)!}{(i-1)!(n-i-1)!} \right) \\ &= \frac{(n-1)! i^{i-2} (n-i)^{n-i-2}}{n^{n-2} (i-1)!(n-i-1)!} \end{aligned} \qquad (数\ 19)$$

【００４２】さらに、

【００４３】

【数２０】

$$R(n, m) = \frac{W(n, m)}{W(n, m-1)} \qquad (数\ 20)$$

【００４４】のように定義する。Ｒは、部分グラフの構成比を求めるために直接必要となる値であるが、これに対しても同様に特殊化を行う。その結果を以下に示す。

【００４５】

【数２１】

$$R(n,m)=0 \quad (m<n-1 \ \mathrm{or}\ m>\frac{n(n-1)}{2}) \qquad (数 21)$$

【００４６】
【数２２】
$$R(n,n)=R1(n) \qquad (数 22)$$
【００４７】
【数２３】
$$R(n,\frac{n(n-1)}{2})=\frac{2}{n(n-1)} \qquad (数 23)$$
【００４８】その他の場合、
【００４９】
【数２４】
$$\begin{aligned}R(n,m) &= \frac{\binom{n}{2}-m+1}{m}+\frac{1}{2m}\sum_{i=1}^{n-1}\frac{n^{i+1}}{(i-1)!}\sum_{j=j_1(n,m,i)}^{j_0(n,m,i)}\frac{W(i,j)W(n-i,m-1-j)}{W(n,m-1)}\\ &= \frac{\binom{n}{2}-m+1}{m}+\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=j_1(n,m,i)}^{j_0(n,m,i)}K(n,m,i,j)\end{aligned} \qquad (数 24)$$

【００５０】ただし、
【００５１】
【数２５】
$$K(n,m,i,j)=\frac{1}{2m}\frac{n^{i+1}}{(i-1)!}\frac{W(i,j)W(n-i,m-1-j)}{W(n,m-1)} \qquad (数 25)$$

【００５２】と定義する。
【００５３】ここで、Ｒを求める上で必要となるＫの計算方法とプログラム変換の課程を示す。以下では、ｎ，ｍ，ｊに関する場合分けを行う。
【００５４】（１）条件
【００５５】
【数２６】
$$\begin{aligned}&n<4,\ m<n,\ j<i-1,\ j>\frac{i(i-1)}{2},\\ &m-1-j<n-i-1\ \mathrm{or}\ m-1-j>\frac{(n-i)(n-i-1)}{2}\end{aligned} \qquad (数 26)$$

【００５６】が成立する場合、
【００５７】
【数２７】
$$K(n,m,i,j)=0 \qquad (数 27)$$
【００５８】である。
【００５９】（１）条件
【００６０】
【数２８】
$$n=m \qquad (数 28)$$
【００６１】が成立する場合、さらにｊに関する場合分けを行う。
【００６２】（２．１）　条件
【００６３】
【数２９】
$$j=i-1 \qquad (数 29)$$
【００６４】が成立するならば、以下の通りである。
【００６５】
【数３０】

$$K(n,n,i,i-1)=\frac{1}{2n}\frac{n^{\underline{i+1}}}{(i-1)!}\frac{W(i,i-1)W(n-i,n-i)}{W(n,n-1)}$$
$$=\frac{1}{2}\frac{n^{\underline{i+1}}}{(i-1)!}\frac{i^{i-2}(n-i)^{n-i-2}R1(n-i)}{n^{n-1}}\qquad(数30)$$
$$=A2(n,i)R1(n-i)$$

【００６６】ただし、

【００６７】

【数３１】

$$A2(n,i)=\frac{n^{\underline{i+1}}i^{n-2}(n-i)^{n-i-2}}{2n^{n-1}(i-1)!}$$
$$=\frac{n!\,i^{i-1}(n-i)^{n-i-1}}{(n-i)(n-i-1)!\,2i(i-1)!\,n^{n-1}}\qquad(数31)$$
$$=\frac{A1(n,i)}{2}$$

【００６８】と定義する。

【００６９】（２．２）　条件

【００７０】

【数３２】

$$j=i\qquad(数32)$$

【００７１】が成立するならば、以下の通りである。

【００７２】

【数３３】

$$K(n,n,i,i)=\frac{1}{2n}\frac{n^{\underline{i+1}}}{(i-1)!}\frac{W(i,i)W(n-i,n-i-1)}{W(n,n-1)}\qquad(数33)$$
$$=A2(n,i)R1(i)$$

【００７３】（２．３）　条件

【００７４】

【数３４】

$$j>i\qquad(数34)$$

【００７５】が成立するならば、以下の通りである。

【００７６】

【数３５】

$$K(n,m,i,j)=0\qquad(数35)$$

【００７７】（３）　条件

【００７８】

【数３６】

$$1\leq v<\frac{n}{2}\qquad(数36)$$

【００７９】に対して、以下が成立する。

【００８０】

【数３７】

$$K(n,m,n-v,m-v)=\frac{n^{\underline{n-v+1}}(v-1)!}{n^{\underline{v+1}}(n-v-1)!}K(n,m,v,v-1)\qquad(数37)$$
$$=K(n,m,v,v-1)$$

【００８１】（４）　条件

【００８２】

【数３８】

$$m-1-j=\frac{(n-i)(n-i-1)}{2},m>n\qquad(数38)$$

【００８３】が成立する場合、以下の通りである。

【００８４】

【数３９】

$$
\begin{aligned}
K(n,n,i,i) &= \frac{1}{2m}\frac{n^{i+1}}{(i-1)!}\frac{W(i,j)}{W(n,m-1)} \\
&= \frac{1}{2m}\frac{n^{i+1}}{(i-1)!}\frac{W(n-i,m-2-j)W(i,j)}{W(n-i,m-2-j)W(n,m-1)} \\
&= \frac{1}{2m}\frac{n^{i+1}}{(i-1)!}\frac{W(n-i,m-2-j)W(i,j)W(n,m-2)}{W(n-i,m-2-j)W(n,m-2)W(n,m-1)} \\
&= \frac{m-1}{m(m-1-j)R(n,m-1)}K(n,m-1,i,j)
\end{aligned}
\qquad \text{(数 39)}
$$

【００８５】（４）　条件

【００８６】

【数４０】

$$j = i-1 \qquad \text{(数 40)}$$

【００８７】が成立する場合、以下の通りである。

【００８８】

【数４１】

$$
\begin{aligned}
&K(n,m,i,i-1) \\
&= \frac{1}{2m}\frac{n^{i+1}}{(i-1)!}\frac{W(i,i-1)W(n-i,m-i)W(n-i,m-i-1)W(n,m-2)}{W(n,m-2)W(n-i,m-i-1)W(n,m-1)} \\
&= \frac{(m-1)R(n-i,m-i)}{mR(n,m-1)}K(n,m-1,i,i-1)
\end{aligned}
\qquad \text{(数 41)}
$$

【００８９】（６）　その他の場合については、以下の通りである。

【００９０】

【数４２】

$$
\begin{aligned}
&K(n,m,i,j) \\
&= \frac{1}{2m}\frac{n^{i+1}}{(i-1)!}\frac{W(i,j)W(n-i,m-1-j)W(i,j-1)W(n-i,m-1-(j-1))}{W(i,j-1)W(n-i,m-1-j+1)W(n,m-1)} \\
&= \frac{R(i,j)}{R(n-i,m-j)}K(n,m,i,j-1)
\end{aligned}
\qquad \text{(数 42)}
$$

【００９１】部分連結グラフの構成比Ｆは、Ｒ，Ｋを用いた以下の式で計算することができる。プログラム変換の課程とその結果を以下に示す。

【００９２】（１）　条件

【００９３】

【数４３】

$$n \le m \qquad \text{(数 43)}$$

【００９４】が成立する場合、以下の通りである。

【００９５】

【数４４】

$$
\begin{aligned}
F(n,m,0,0) &= \frac{\binom{n}{2}-m+1}{m}\frac{W(n,m-1)}{W(n,m)} \\
&= \frac{\binom{n}{2}-m+1}{mR(n,m)}
\end{aligned}
\qquad \text{(数 44)}
$$

【００９６】

【数４５】

$$
\begin{aligned}
F(n,m,i,j) &= \frac{1}{2m}\frac{n^{i+1}}{(i-1)!}\frac{W(i,j)W(n-i,m-1-j)}{W(n,m)} \\
&= \frac{K(n,m,i,j)}{R(n,m)} \quad (\mathrm{i} > 0 \text{ and } \mathrm{j} \ge 0)
\end{aligned}
\qquad \text{(数 45)}
$$

【００９７】（２）　条件

【００９８】

【数４６】

$$m = n - 1 \qquad \text{(数 46)}$$

【００９９】が成立する場合、以下の通りである。

【０１００】

【数４７】

$$\begin{aligned} F(n, n-1, 0, 0) &= \frac{\binom{n}{2} - n + 2}{n-1} \frac{W(n, n-2)}{W(n, n-1)} \\ &= 0 \end{aligned} \qquad \text{(数 47)}$$

【０１０１】

【数４８】

$$\begin{aligned} F(n, n-1, i, i-1) &= \frac{1}{2(n-1)} \frac{n^{i+1}}{(i-1)!} \frac{W(i, i-1) W(n-i, n-i-1)}{W(n, n-1)} \\ &= \frac{n^{i+1} i^{n-2} (n-i)^{n-i-2}}{2n^{n-2}(i-1)!(n-1)} \\ &= \frac{nA1(n, i)}{2(n-1)} \quad (i > 0) \end{aligned} \qquad \text{(数 48)}$$

【０１０２】以上の結果に従って、Ｒ，ＫおよびＦを計算することができるが、Ａ１に階乗およびべき乗の計算が含まれているため、定義通りに計算を行うプログラムを作成すると、計算機オーバーフローを起こす原因となる。これを回避するため、以下のＳｔｉｒｌｉｎｇの公式を用いて近似を行う。

【０１０３】

【数４９】

$$n! \approx (n+1)^n e^{-(n+1)} \sqrt{2\pi(n+1)} Sf(n+1) \qquad \text{(数 49)}$$

【０１０４】ただし、

【０１０５】

【数５０】

$$Sf(n) = 1 + \frac{1}{12n} + \frac{1}{188n^2} - \frac{139}{51840n^3} - \frac{571}{2488320n^4} \qquad \text{(数 50)}$$

【０１０６】と定義する。

【０１０７】上述の公式をＡ１に対して用いた結果は、以下の通りである。

【０１０８】

【数５１】

$$\begin{aligned} &A1(n, i) \\ &= \frac{(n-1)! i^{i-2} (n-i)^{n-i-2}}{n^{n-2}(i-1)!(n-i-1)!} \\ &\approx \frac{i^{i-2}(n-i)^{n-i-2}}{n^{n-2}} \frac{e^{i+n-i} n^{n-1} \sqrt{2\pi n} Sf(n)}{e^n i^{i-1} (n-i)^{n-i-1} \sqrt{2\pi i 2\pi(n-i)} Sf(i) Sf(n-i)} \\ &= \frac{nSf(n)}{i(n-i)Sf(i)Sf(n-i)} \sqrt{\frac{n}{2\pi i(n-i)}} \end{aligned}$$

(数 51)

【０１０９】以上の結果を用いてＡ１を計算することで、計算機オーバーフローを回避することができる。そして、Ｒ，ＫおよびＦを計算するプログラムを上述の結果に従って作成することで、計算機オーバーフローを発生させることなく部分グラフの構成比を求めることができる。

【０１１０】以下では、構成比Ｆを用いた部分連結グラフのランダム生成について詳しく述べる。

【０１１１】まず、生成の高速化のため、以下のように構成比の和Ｓを定義する。

【０１１２】

【数５２】

$$S(n, m, 0) = F(n, m, 0) \qquad \text{(数 52)}$$

【０１１３】

【数５３】

$$S(n,m,i)=S(n,m,i-1)+\sum_{j=0}^{m-1}F(n,m,i,j)\quad(1\le i<n)\qquad(数\ 53)$$

【０１１４】構成比の和Ｓの値を表として持つことで、

【０１１５】

【数５４】

$$0\le p<1\qquad(数\ 54)$$

【０１１６】の値を取る一様乱数ｐを確率とみなして、対応するｉの値、すなわち

【０１１７】

【数５５】

$$S(n,m,i-1)\le p<S(n,m,i)\qquad(数\ 55)$$

【０１１８】をみたすｉの値を最悪Ｏ（ｎ）で求めることができる。

【０１１９】Ｓの値と上述の一様乱数ｐを用いて、以下の手順で頂点数ｎかつ辺数ｍの連結グラフの一様生成を行うことができる。頂点数ｎが２より小さい場合は終了とする。

【０１２０】１．　ｋ　：＝　ｍ　とする。

【０１２１】２．　一様乱数ｐを発生させて、ｐ＜Ｓ（ｎ，ｋ，０）である間ｋ：＝ｋ－１とする。

【０１２２】３．　二分探索法を用いて、一様乱数ｐに対応するｉの値をＳから決定する。

【０１２３】４．　一様乱数ｐに対応するｊの値をＦを計算して決定する。

【０１２４】５．　ランダムにｉ個の頂点を選び、頂点ｉ個で辺ｊ本の連結グラフを再帰的に生成する。

【０１２５】６．　残りの頂点について、頂点ｎ－ｉ個で辺ｋ－ｊ－１本の連結グラフを再帰的に生成する。

【０１２６】７．　２つの連結グラフからそれぞれランダムに頂点ｖ，ｗを選び、辺（ｖ，ｗ）で連結させる。

【０１２７】８．　接続していない辺からｍ－ｋ本の辺をランダムに選び、接続させる。

【０１２８】このプログラムによる処理のＰＡＤ図を図３に示す。なお、このアルゴリズムを用いることで、１個のグラフにつきＯ（ｍｎ）時間の計算量で生成することが可能である。

【０１２９】最後に、このプログラムを用いて生成したランダム連結グラフに対し、一様性の検定を行った結果に関して述べる。

【０１３０】連結グラフが一様に生成されたか否かを検定するためには、χ自乗検定を用いることができる。すなわち、連結グラフに1からW(n,m)までの番号を付け、それらの列に対してχ自乗検定を行えばよい。

【０１３１】連結グラフの番号付けには、以下の再帰方程式を用いる。

【０１３２】

【数５６】

$$W(n,m)=\sum_{k=0}^{n-1}\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=k-1}^{m-j}Y(n,m,i,j,k)\qquad(数\ 56)$$

【０１３３】ただし

【０１３４】

【数５７】

$$Y(n,m,i,j,k)=\binom{n-2}{k-1}\binom{k}{j}W(k,i)W(n-k,m-i-j)\qquad(数\ 57)$$

【０１３５】と定義する。

【０１３６】この式の組合せ的意味について説明する。任意の連結グラフの頂点１と２に注目し、頂点２から出る辺を全て取り去ったとき、頂点１と連結している頂点の数をｋとする。これらの頂点からなる部分連結グラフをＨ１、辺の数をｉとする。頂点の選び方からＨ１は連結グラフとなり、その総数はＷ（ｋ，ｉ）である。また、頂点２とＨ１の頂点間の辺数をｊとすると、少なくとも一本は接続しているので、ｊの値は１以上となる。そして、Ｈ１に含まれないｎ－ｋ個の頂点のうち、２以外の頂点はＨ１の頂点と接続していない。さらに、ｎ－ｋ個の頂点からなる部分グラフＨ２は連結グラフとなるので、その総数はＷ（ｎ－ｋ，ｍ－ｉ－ｊ）である。

【０１３７】また、｛１，２，．．．．，ｎ｝から｛ｓ（１），ｓ（２），，ｓ（ｋ）｝を選ぶ組合せＣに対し、以下の関数によって番号を付けることができる。ここでｓ（ｊ）は昇順であると仮定する。

【０１３８】

【数５８】

$$i_c(C)=\sum_{j=1}^{k}\binom{s(j)-1}{j}\qquad(数\ 58)$$

【０１３９】番号付けを行うため、生成した連結グラフＧに対し、上述の手順でｉ，ｊ，ｋと部分グラフＨ１，Ｈ２を求める。頂点１，２を除いたｎ－２個の頂点のうち、Ｈ１のｋ－１個の頂点の組合せをＣ１、Ｈ１の頂点

を｛１，２，，ｋ｝とつけかえ、頂点２と接続しているｊ本の頂点の組合せをＣ２とする。各（ｉ，ｊ，ｋ）の値に対応するグラフの個数はＹ（ｎ，ｍ，ｉ，ｊ，ｋ）であるから、以下の関数により番号付けを行うことができる。

【０１４０】

【数５９】

$$
\begin{aligned}
i_G(G) = &\sum_{r=0}^{k-1}\sum_{q=1}^{r}\sum_{p=r-1}^{m-q} Y(n,m,p,q,r) \\
&+\sum_{q=1}^{j-1}\sum_{p=j-1}^{m-q} Y(n,m,p,q,k) + \sum_{p=k-1}^{i-1} Y(n,m,p,j,k) \\
&+\left(\left(i_C(C1)\binom{k}{j}+i_C(C2)\right)W(k,i)+i_G(H1)-1\right)W(n-k,m-i-j) \\
&+i_G(H2)
\end{aligned}
\qquad (数\ 59)
$$

【０１４１】上述の番号付け関数を用いて、構成比を用いた生成法、任意のグラフを生成して連結グラフが得られるまで単純に繰り返す方法、木をランダムに生成して辺を付加していく方法の３方法により、頂点７個、辺８本の１５６５５５種類の連結グラフを合計５００００００個生成し、各々のグラフに番号を付加して作成した数列に対してχ自乗検定を行った。その結果を図４に示す。

【０１４２】数列を乱数列とみなせる範囲は、統計量が１５６５５５から約±７９１以内に収まることとする目安から判断して、構成比を用いた生成が良い結果を示しているといえる。

【０１４３】

【発明の効果】上述した方法に従うことで、連結グラフのランダム生成を行うことができ、さらに、部分連結グラフの構成比を直接計算することができる。

【０１４４】本発明により、連結グラフを処理するプログラムの性能および信頼性の検査が飛躍的に容易となり、プログラムの生産性向上およびプログラミング教育に対して多大な貢献をなすことができる。

【図面の簡単な説明】

【図１】この発明の一実施例によるランダムグラフ生成の全体フローを示す図。

【図２】図１に示すランダムグラフ生成機のハードウェア構成の一例を示す図。

【図３】構成比Ｆを用いてグラフをランダム生成するプログラムによる処理のＰＡＤ図を示す図。

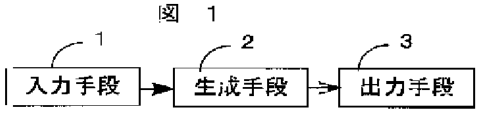
【図４】ランダム生成したグラフに対して行ったχ自乗検定の結果を示す表。

【符号の説明】

１：入力手段、２：連結グラフ生成手段、３：出力手段３、５：キーボード、７：入出力インターフェース、８：ＣＰＵ、９：ＲＯＭ、１０：ＲＡＭ、１１：バスライン。

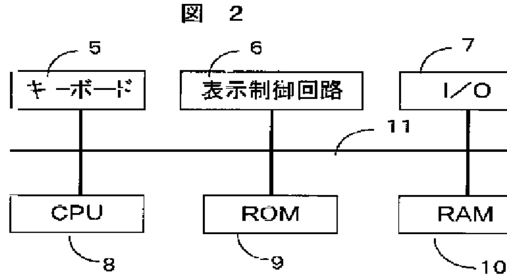
【図１】

図　1



【図２】

図　2



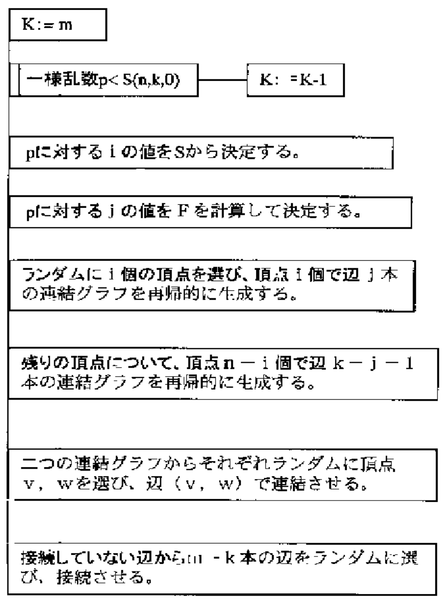
【図４】

図　4

方法	統計量
構成比を用いた方法	156392.7
生成と検査を行う方法	157208.7
木に辺を付加する方法	506643.9

【図３】

図 3



フロントページの続き

(72)発明者　二村　良彦
東京都日野市平山２－31－16

(72)発明者　矢農　正紀
千葉県千葉市美浜区高洲２－２－８－504